# UNA NUEVA PERSPECTIVA EN LAS SECUENCIAS PSEUDO-COLLATZIANAS

**Un análisis del comportamiento diferenciado de números impares en variaciones del algoritmo de Collatz**

*Por Miquel Cerdà Bennassar Investigador independiente Pollença, Illes Balears*

## RESUMEN

Este documento presenta un análisis extendido de la variación del algoritmo de Collatz propuesta en mi investigación anterior (febrero 2019), profundizando en el papel crítico que juegan los números impares según su forma residual. Se argumenta que el comportamiento aparentemente caótico de las secuencias de Collatz originales tiene su origen precisamente en el tratamiento uniforme de todos los impares. La distinción entre impares de la forma 4n+1 y 4n+3, con operaciones diferenciadas para cada tipo, revela una estructura subyacente más ordenada y predecible. Este enfoque no solo ofrece una nueva perspectiva sobre un problema clásico de la teoría de números, sino que sugiere posibles caminos hacia la comprensión completa del problema original.

## 1. INTRODUCCIÓN

La conjetura de Collatz, también conocida como el problema 3n+1, propone que siguiendo un simple conjunto de reglas iterativas, cualquier número natural eventualmente alcanzará el valor 1. A pesar de su aparente simplicidad, este problema ha resistido los intentos de demostración formal durante más de 80 años, convirtiéndose en uno de los enigmas más intrigantes de la matemática contemporánea.

En febrero de 2019, propuse una variación del algoritmo que, manteniendo la propiedad de convergencia a 1, revelaba un comportamiento estructuralmente más ordenado. Seis años después, esta nota extiende aquel análisis inicial, centrándose en lo que considero la revelación principal: el origen del caos en las secuencias de Collatz puede atribuirse específicamente al comportamiento de ciertos tipos de números impares.

## 2. RECORDATORIO: LA VARIACIÓN PROPUESTA

El algoritmo clásico de Collatz consiste en dos operaciones:

- Si n es par: n/2
- Si n es impar: 3n+1

La variación que propuse modifica este algoritmo introduciendo una tercera operación:

- Si n es par: n/2
- Si n es impar de la forma 4n+1: 3n+1
- Si n es impar de la forma 4n+3: 3n-1

Como demostré mediante ejemplos concretos, esta variación también conduce invariablemente al valor 1 para cualquier número natural inicial, pero con una diferencia crucial: todos los números impares siguen una trayectoria estrictamente descendente.

# 3. EL ROL ESTRUCTURAL DE LOS IMPARES

## 3.1 La raíz del comportamiento caótico

Mi hipótesis central, resultado de años de observación, es que los números impares de la forma 4n+3 son los principales responsables del comportamiento aparentemente caótico de las secuencias de Collatz originales.

En el algoritmo original, cuando aplicamos la operación 3n+1 a cualquier impar, existe la posibilidad de un incremento significativo en el valor resultante. Sin embargo, este incremento es particularmente problemático para los impares de la forma 4n+3, ya que generan valores que pueden desencadenar "explosiones" en la secuencia.

## 3.2 La domesticación del caos

Al modificar la operación para los impares de la forma 4n+3, sustituyendo 3n+1 por 3n-1, neutralizamos precisamente el origen del comportamiento caótico. Esto transforma un sistema aparentemente impredecible en uno mucho más estructurado donde:

1. Los números impares siempre descienden
2. Los incrementos solo ocurren en la transición de impar a par
3. La secuencia mantiene una tendencia general descendente hacia el valor 1

Esta observación no es trivial. Sugiere que la aparente complejidad del problema de Collatz no es inherente al proceso iterativo en sí, sino consecuencia de no distinguir adecuadamente entre diferentes tipos de impares.

# 4. ANÁLISIS COMPARATIVO DE SECUENCIAS

Para ilustrar esta diferencia estructural, consideremos algunos ejemplos comparativos entre el algoritmo original y la variación propuesta.

## Ejemplo 1: Secuencia iniciando con n=27

**Algoritmo original**: 27 → 82 → 41 → 124 → 62 → 31 → 94 → 47 → 142 → 71 → 214 → 107 → 322 → 161 → 484 → 242 → 121 → 364 → 182 → 91 → 274 → 137 → 412 → 206 → 103 → 310 → 155 → 466 → 233 → 700 → 350 → 175 → 526 → 263 → 790 → 395 → 1186 → 593 → 1780 → 890 → 445 → 1336 → 668 → 334 → 167 → 502 → 251 → 754 → 377 → 1132 → 566 → 283 → 850 → 425 → 1276 → 638 → 319 → 958 → 479 → 1438 → 719 → 2158 → 1079 → 3238 → 1619 → 4858 → 2429 → 7288 → 3644 → 1822 → 911 → 2734 → 1367 → 4102 → 2051 → 6154 → 3077 → 9232 → 4616 → 2308 → 1154 → 577 → 1732 → 866 → 433 → 1300 → 650 → 325 → 976 → 488 → 244 → 122 → 61 → 184 → 92 → 46 → 23 → 70 → 35 → 106 → 53 → 160 → 80 → 40 → 20 → 10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1

**Variación propuesta**: 27 → 80 → 40 → 20 → 10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1

La diferencia es dramática. La secuencia original muestra un comportamiento errático con 111 pasos y alcanza un valor máximo de 9232. La variación propuesta converge en apenas 11 pasos con un valor máximo de 80.

### Ejemplo 2: Secuencia iniciando con n=31

**Algoritmo original**: 31 → 94 → 47 → 142 → 71 → 214 → 107 → 322 → 161 → 484 → 242 → 121 → 364 → 182 → 91 → 274 → 137 → 412 → 206 → 103 → 310 → 155 → 466 → 233 → 700 → 350 → 175 → 526 → 263 → 790 → 395 → 1186 → 593 → 1780 → 890 → 445 → 1336 → 668 → 334 → 167 → 502 → 251 → 754 → 377 → 1132 → 566 → 283 → 850 → 425 → 1276 → 638 → 319 → 958 → 479 → 1438 → 719 → 2158 → 1079 → 3238 → 1619 → 4858 → 2429 → 7288 → 3644 → 1822 → 911 → 2734 → 1367 → 4102 → 2051 → 6154 → 3077 → 9232 → 4616 → 2308 → 1154 → 577 → 1732 → 866 → 433 → 1300 → 650 → 325 → 976 → 488 → 244 → 122 → 61 → 184 → 92 → 46 → 23 → 70 → 35 → 106 → 53 → 160 → 80 → 40 → 20 → 10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1

**Variación propuesta**: 31 → 92 → 46 → 23 → 70 → 35 → 104 → 52 → 26 → 13 → 40 → 20 → 10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1

Nuevamente, la variación propuesta converge mucho más rápidamente (19 pasos frente a 107) y con un valor máximo significativamente menor (104 frente a 9232).

## 5. IMPLICACIONES MATEMÁTICAS

### 5.1 Topología del problema

La distinción entre impares según su forma residual modifica fundamentalmente la topología del espacio de secuencias. En lugar de un comportamiento "fractal" con auto-similitudes a diferentes escalas, obtenemos trayectorias más regulares y predecibles.

Esta regularidad sugiere que la aparente complejidad de Collatz podría ser principalmente un artefacto del tratamiento uniforme de los impares, no una característica intrínseca del problema.

### 5.2 Tiempos de parada y cotas

Una consecuencia inmediata de esta regularización es la reducción drástica en los "tiempos de parada" (número de iteraciones hasta alcanzar el valor 1) y en los valores máximos alcanzados durante la secuencia.

Para casi cualquier número inicial, la variación propuesta converge en significativamente menos pasos que el algoritmo original. Esto sugiere que podrían establecerse cotas superiores mucho más ajustadas para esta variante, algo que ha sido notoriamente difícil para la conjetura original.

### 5.3 Hacia una teoría unificada

Aunque la variación propuesta no resuelve directamente la conjetura original, ofrece un puente conceptual importante. Si podemos caracterizar completamente el comportamiento de esta variante más ordenada, existe la posibilidad de establecer un mapeo o transformación que relacione ambos problemas.

La clave podría estar en comprender cómo el tratamiento diferenciado de los impares modifica la dinámica global del sistema, y si es posible "descomponer" la conjetura original en componentes más tratables utilizando esta perspectiva.

## 6. REFLEXIONES DE UN INVESTIGADOR INDEPENDIENTE

Como aficionado a las matemáticas sin formación académica formal en el campo, mi aproximación a este problema ha sido principalmente intuitiva y exploratoria. Sin embargo, esta perspectiva "externa" ha permitido cuestionar aspectos del problema que podrían darse por sentados en aproximaciones más convencionales.

La idea central —que la naturaleza caótica de Collatz podría derivar específicamente del comportamiento de ciertos tipos de números impares— surgió de la observación paciente de patrones, no de manipulaciones algebraicas formales. Este enfoque, aunque carente del rigor que caracteriza la investigación académica tradicional, ofrece ocasionalmente insights que pueden pasar desapercibidos bajo metodologías más estructuradas.

Quizás la lección más importante de esta investigación es que, incluso en problemas matemáticos aparentemente bien definidos y estudiados durante décadas, siempre existe espacio para perspectivas frescas que cuestionen los fundamentos de nuestra comprensión.

## 7. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

La variación del algoritmo de Collatz presentada en este documento revela una estructura subyacente que queda oculta en la formulación clásica del problema. Al diferenciar entre impares según su forma residual módulo 4, transformamos un sistema aparentemente caótico en uno mucho más predecible y manejable.

Esta perspectiva sugiere varias líneas de investigación futura:

1. Estudio sistemático de los tiempos de parada y valores máximos para ambos algoritmos, buscando relaciones cuantificables.
2. Análisis de la distribución de impares de diferentes formas en las secuencias de Collatz clásicas, para verificar si existe una correlación entre la presencia de impares de la forma 4n+3 y el crecimiento explosivo de las secuencias.
3. Exploración de otras posibles variaciones del algoritmo basadas en clasificaciones más refinadas de los números naturales según sus propiedades residuales.
4. Búsqueda de transformaciones o mapeos que permitan relacionar formalmente el comportamiento de la variante propuesta con el de la conjetura original.

El mensaje principal que deseo transmitir es que la aparente complejidad de la conjetura de Collatz podría ser principalmente una consecuencia de no distinguir adecuadamente entre diferentes tipos de números. Esta perspectiva, aunque nacida de la intuición de un aficionado, podría ofrecer nuevos caminos hacia la comprensión completa de uno de los problemas abiertos más fascinantes de la matemática contemporánea.

## REFERENCIAS

1. Cerdà Bennassar, M. (2019). *Una variación en el algoritmo de la conjetura de Collatz*. Investigación independiente, Pollença.
2. Lagarias, J. C. (1985). The 3x+1 problem and its generalizations. *The American Mathematical Monthly*, 92(1), 3-23.
3. Conway, J. H. (1972). Unpredictable iterations. *Proceedings of the Number Theory Conference*, 49-52.
4. Tao, T. (2019). Almost all orbits of the Collatz map attain almost bounded values. *arXiv preprint arXiv:1909.03562*.

---

*Nota del autor: Este documento representa las reflexiones personales de un investigador independiente. Aunque se ha procurado mantener el mayor rigor posible, el enfoque es principalmente intuitivo y exploratorio, no formal o riguroso en el sentido matemático tradicional.*